Řešení 5. kola Přírodovědné ligy 2024/2025: Fyzika vážně i nevážně

Úloha č. 1: Srážka s blbcem (25 bodů)

Označme si hmotnost blbce $m_B = 80$ kg, hmotnost inteligenta $m_I = 70$ kg, počáteční rychlost blbce $v_B = 10{,}8$ km/h = 3 m/s. Předpokládejme, že blbec a inteligent tvoří tzv. izolovanou soustavu (žádné třetí těleso do hry nevstupuje). V takové soustavě platí zákon zachování hybnosti, tedy celková hybnost soustavy před srážkou se rovná celkové hybnosti po srážce. Hybnost je součin hmotnosti a rychlosti.

Protože inteligent je před srážkou v klidu, je celková hybnost soustavy před srážkou tvořena pouze hybností blbce. Je tedy

$$p_1 = m_B \,.\, v_B$$

Po nepružné srážce uvažujeme jediné těleso vytvořené z blbce a inteligenta o hmotnosti $m_B + m_I$ a výsledné rychlosti v, kterou se dále budou pohybovat jak blbec, tak inteligent. Celková hybnost po srážce tak bude

$$p_2 = (m_B + m_I) \,.\, v$$

Protože platí zákon zachování hybnosti, musí být

$$p_2 = p_1$$

a tedy

$$(m_B + m_I) \,.\, v = m_B \,.\, v_B$$

a odtud

$$v = (m_B \,.\, v_B) : (m_B + m_I) = (80 \,.\, 3) : (80 + 70) \text{ m/s} = \mathbf{1{,}6\ m/s = 5{,}76\ km/h}$$

Inteligent se po srážce pohybuje společně s blbcem rychlostí 1,6 m/s neboli 5,76 km/h.

(10 bodů)

Při nepružné srážce dochází k přeměně mechanické (přesněji pohybové neboli kinetické) energie na jiné druhy energie.

Kinetická energie soustavy před srážkou je tvořena pouze kinetickou energií blbce (inteligent je v klidu), je tedy

$$E_{K1} = ½ \,.\, m_B \,.\, v_B^2 = 0{,}5 \,.\, 80 \,.\, 3^2 \text{ J} = 360 \text{ J}$$

Kinetická energie soustavy blbec – inteligent po srážce je

$$E_{K2} = ½ \,.\, (m_B + m_I) \,.\, v^2 = 0{,}5 \,.\, (80 + 70) \,.\, 1{,}6^2 \text{ J} = 192 \text{ J}$$

Ztráty mechanické energie tedy jsou 360 J – 192 J = **168 joulů**.

(15 bodů)

Úloha č. 2: Osvětlená diamantová destička (20 bodů)

Vlnová délka světla je určena vztahem

$$\lambda = v / f$$

kde v je rychlost světla a f jeho frekvence. Frekvence světla je ve vakuu i ve všech prostředích stejná, jednotlivá prostředí se však liší rychlostí světla a tedy i její vlnovou délkou.

Index lomu je číslo, které říká, kolikrát je světlo v daném prostředí pomalejší než ve vakuu. Index lomu diamantu má nejčastěji udávanou hodnotu hodnotu 2,417, světlo je v něm tedy 2,417krát pomalejší než ve vakuu a tolikrát bude i menší vlnová délka. Vlnová délka uvažovaného světla v diamantu je tedy

760 nm : 2,417 = **314 nm** (zaokrouhleně)

Na internetu lze nalézt z některých zdrojů i jiné hodnoty indexu lomu diamantu, např. 2,465. Největší dostupná nalezená hodnota je 2,475. Pro tuto hodnotu by vlnové délka světla v diamantu vycházela 307 nm. **Za správné jsou tedy uznány všechny odpovědi v rozmezí 307 nm až 314 nm.**

(10 bodů)

Pokud jde o frekvenci světla v diamantu, ta je všude stejná a bude tedy stejná jako ve vakuu. Ze vzorce

$$\lambda = v / f$$

vyjádříme

$$f = v / \lambda$$

Ve vakuu $v = 3 \,.\, 10^8$ m/s, $\lambda = 760$ nm $= 7{,}6 \,.\, 10^{-7}$ m, takže

$f = 3.10^8$ m/s : $7{,}6 \,.\, 10^{-7}$ m = **$3{,}95 \,.\, 10^{14}$ Hz** (zaokrouhleně)

(10 bodů)

Úloha č. 3: Solené jezero (30 bodů)

Nejprve si v periodické soustavě prvků najdeme atomové relativní hmotnosti sodíku (23) a chloru (35,5). Molekulová relativní hmotnost soli kamenné čili chloridu sodného (NaCl) tedy činí 23 + 35,5 = 58,5. Molární hmotnost soli je tedy 58,5 g/mol.

Látkové množství sodíku ve 2 gramech soli vypočteme podle populárního vzorce z chemie

$n = m / M =$ 2 g : 58,5 g/mol = 0,034 mol (zaokrouhleně)

(10 bodů)

Látkové množství je definováno

$$n = N/N_A$$

kde N je počet částic a $N_A = 6{,}02 \,.\, 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$ je Avogadrova konstanta.

Odtud počet molekul soli a tedy i počet iontů sodíku ve 2 gramech bude

$N = n \,.\, N_A = 0{,}034 \,.\, 6{,}02 \,.\, 10^{23} = 2{,}05 \,.\, 10^{22}$ (zaokrouhleně)

(10 bodů)

A nyní už se podívejme na naše jezero. Jeho plocha $S = 5\ km^2 = 5\ 000\ 000\ m^2$, hloubka $h = 10\ m$, objem vody v jezeře je tedy

$$V = S\ .\ h = 5\ 000\ 000\ m^2\ .\ 10\ m = 50\ 000\ 000\ m^3$$

(5 bodů)

V 50 000 000 m^3 vody je tedy rozpuštěno $2{,}05\ .\ 10^{22}$ iontů sodíku. A nyní tento počet jednoduchou trojčlenkou přepočítáme na 5 ml vody, což je 0, 000 005 m^3:

v 50 000 000 m^3 vody………………………….. $2{,}05\ .\ 10^{22}$ iontů sodíku
v 0,000 005 m^3 vody………………………………x iontů sodíku

$x = (0{,}000\ 005\ .\ 2{,}05\ .\ 10^{22}) : 50\ 000\ 000 =$ **$2{,}05\ .\ 10^9$ neboli 2 050 000 000 iontů sodíku**.

(5 bodů)

Úloha č. 4: Olověný akumulátor (10 bodů)

Elektrický proud je definován jako náboj prošlý za čas:

$I = Q / t$, Q je el. náboj, t je čas

Z tohoto vzorce vyjádříme čas:

$t = Q / I = 144\ 000\ C : 0{,}2\ A = 720\ 000\ s =$ **200 h**

Akumulátor tedy může zásobovat žárovku elektrickou energií pod dobu 200 hodin.

Úloha č. 5: Jak dlouhý je bazén? (15 bodů)

Označme délku bazénu x.

Za první sledovaný čas Karel uplave (x + 2,5) metrů, Petr (x – 2,5) metrů. Jejich rychlosti jsou tedy v poměru

$$v_K : v_P = (x + 2{,}5) : (x - 2{,}5)$$

Za druhý sledovaný čas Karel uplave 2 . x + (x : 5) = 11/5 x, Petr uplave 2 . x – (x : 5) = 9/5 x. Jejich dráhy a tedy i rychlosti budou v poměru

$$v_K : v_P = 11/9$$

(5 bodů)

Protože jsou rychlosti plavců stálé, musí se oba vypočítané poměry rychlostí sobě rovnat, čímž dostaneme rovnici

$$(x + 2{,}5) : (x - 2{,}5) = 11/9$$

$$x + 2{,}5 = 11/9\ .\ (x - 2{,}5)\quad /.9$$

$$9x + 22{,}5 = 11\,(x - 22{,}5)$$

$$9x + 22{,}5 = 11x - 27{,}5$$

$$50 = 2\,x$$

$$x = 25$$

Délka bazénu je 25 metrů.

(10 bodů)

Úlohy tohoto kola vznikly na základě úloh z webové stránky https://reseneulohy.cz/cs/fyzika (tato skutečnost samozřejmě nemohla být uvedena v zadání tohoto kola).

Pořadí	Jméno	Třída	Body	Rychlostní prémie	Body celkem
1.	Tereza Tegelová	sexta	100	8 (8 %)	108
2.	Lukáš Věchet	sekunda	100	7 (7 %)	107
3.	Žaneta Prausová	sexta	100	7 (7 %)	107
4.	Ivana Ježková	1.G	98	8 (8 %)	106
5. – 6.	Radim Jisl	sekunda	100	4 (4 %)	104
5. – 6.	Petr Zimmermann	sekunda	100	4 (4 %)	104
7.	Ester Vitvarová	prima	100	1 (1 %)	101
8. – 9.	Veronika Janků	septima	100	1 (1 %)	101
8. – 9.	Nikola Klazarová	3.G	100	1 (1 %)	101
10.	Matěj Kracík	kvinta	100	0 (0 %)	100
11.	Matyáš Vitvar	sexta	100	0 (0 %)	100
12.	Pavlína Bílková	3.G	93	7 (8 %)	100
13.	Antonín Novák	kvinta	95	3 (3 %)	98
14.	Anna Bonzetová	3.G	85	7 (8 %)	92
15.	Jakub Kraus	oktáva	85	7 (8 %)	92
16.	Tereza Kyselová	4.G	90	0 (0 %)	90
17.	Martin Kalenský	kvinta	75	6 (8 %)	81
18.	Michal Dočekal	kvinta	70	0 (0 %)	70
19.	Monika Kyselová	kvarta	58	0 (0 %)	58
20.	Ema Nguyen Ha Phuong	tercie	55	0 (0 %)	55
21.	Jiří Žalský	sekunda	40	0 (0 %)	40
22.	Leontýna Macháčková	1.A	25	1 (3 %)	26
23.	Antonín Vitvar	sekunda	25	0 (0 %)	25

V případě shodného bodového zisku je výše umístěn soutěžící z nižšího ročníku.